

Видоизменение математической задачи как способ дифференциации учащихся

Н.А. Шкильменская

Традиционное решение проблемы дифференциации в начальной школе – разделение класса на группы – далеко не всегда решает проблему обучения учащихся с различными возможностями. Одна из сложностей связана с существенным увеличением трудозатрат учителя при подготовке к дифференцированным урокам. Организация и проведение таких уроков также сопряжены с целым рядом трудностей – учитель не успевает следить сразу за несколькими группами. Не последнюю роль в спаде интереса к данной форме работы играет, на наш взгляд, психологический дискомфорт учащихся, которые, не попав в группу «сильных», чувствуют себя ущемленными (и таких большинство). Все вышесказанное свидетельствует о том, что зачастую **разделение на группы «в явном» виде проводить нецелесообразно.**

Однако в любом классе есть ученики, способные решить за урок много заданий, в том числе сложных, и ученики, не выходящие за пределы минимума – им достаточно однотипных и стандартных заданий. Иными словами, сама природа разделила людей на более и менее способных к математике. Мы полагаем, что учитель должен проводить дифференциацию в классе, но не оглашая ее – **необходима «скрытая», внутренняя дифференциация.**

На уроках математики она может реализоваться прежде всего при решении задач, которые должны быть интересны для учащихся различных уровней.

Нетрудно предвидеть вопрос учителей: где взять такие задачи? Ответим на него, приведя конкретные примеры.

Один из способов построения дифференцированной задачи – измене-

ние ее условия, при этом требование и способ решения могут не изменяться.

Задача 1. Найдите значение выражения $a - b$:

- 1) при $a = 5$ и $b = 2$;
- 2) при $a = 13$ и $b = 5$;
- 3) при $a = 64$ и $b = 19$;
- 4) при $a = 109$ и $b = 17$;
- 5) при $a = 845$ и $b = 132$;
- 6) при $a = 512$ и $b = 394$;
- 7) при $a = 1064$ и $b = 245$;
- 8) при $a = 81\ 064$ и $b = 7569$;
- 9) при $a = 7382 + 1618$ и $b = 1382$;
- 10) при $a = 51\ 505 + 317\ 696$ и $b = 232 + 13$;
- 11) при $a = (3096 - 2854) \cdot 17$ и $b = 472 \cdot 3$.

Другим способом построения задачи для учащихся различных уровней может быть изменение ее требования.

Задача 2. Порция мороженого стоит 28 р., и она дешевле плитки шоколада в 3 раза. Коробка конфет в 2 раза дороже плитки шоколада.

1. Сколько стоит коробка конфет?
2. Сколько стоит плитка шоколада и коробка конфет?
3. Сколько стоит мороженое, плитка шоколада и коробка конфет?
4. Сколько стоит мороженое, 2 плитки шоколада и 6 коробок конфет?
5. Сколько порций мороженого, плитки шоколада и коробок конфет можно купить на 560 рублей?
6. Сколько порций мороженого, плитки шоколада и коробок конфет можно купить на 644 рубля?

Третий способ осуществления «скрытой» дифференциации учащихся – нахождение нескольких способов решения задач. При этом каждый ученик в классе должен найти хотя бы одно решение. Наиболее способные учащиеся за то же время найдут максимальное количество решений.

Задача 3. «Который теперь час?» – спросила Маша у подруги. «А вот сосчитай, – ответила та. – До конца суток осталось втрое меньше того времени, которое прошло от их начала». Который сейчас час?

Рассмотрим возможные решения данной задачи.

Решение 1. Поскольку оставшаяся часть суток втрое меньше прошедшей, то время, составляющее сутки, можно разделить на $1 + 3 = 4$ части.

Поскольку одна часть составляет $24 : 4 = 6$ часов и втрое меньше

прошедшей, то прошедшая часть суток составляет $24 - 6 = 18$ часов.

Решение 2. Допустим, что оставшаяся часть суток составляет один час, тогда прошедшая часть $3 \cdot 1 = 3$ часов. В этом случае сутки составят $1 + 3 = 4$ часа. В действительности же сутки больше в $24 : 4 = 6$ раз. Следовательно, нужно увеличить части в 6 раз, а значит, с начала суток прошло $3 \cdot 6 = 18$ часов.

Решение 3. Пусть от начала суток прошло x часов, тогда до конца суток осталось $(24 - x)$ часов. Поскольку оставшаяся часть втрое меньше прошедшей, то получим уравнение $x = 3 \cdot (24 - x)$, решив которое найдем $x = 18$ часов.

Решение 4. Пусть до конца суток осталось y часов, тогда от начала суток прошло $24 - y$ часа. По условию задачи известно, что оставшаяся часть втрое меньше прошедшей, следовательно, имеем уравнение $3 \cdot y = 24 - y$, решив которое получим $y = 6$ часов. Значит, от начала суток прошло $24 - 6 = 18$ часов.

Решение 5. Пусть отрезок BA изображает оставшееся в сутках количество часов (рис. 1). На прямой a от точки B отложим отрезок $CB = 3 \cdot BA$, изображающий прошедшее в сутках количество часов. Тогда отрезок CA изображает количество часов в сутках (24 часа); следовательно, отрезок BA изображает $24 : 4 = 6$ часов; значит, отрезок CB представляет 18 часов.

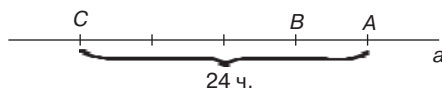


Рис. 1

Решение 6. Прошедшая часть суток не может быть меньше 3 часов, так как $3 + 3 : 3 = 4 < 24$, и не может быть больше 24 часов, так как $24 + 24 : 3 = 32 > 24$. Значит, до момента, когда Маша задала свой вопрос, могло пройти от 4 до 23 часов. Рассмотрим ряд натуральных чисел от 4 до 23. Из всех чисел этого ряда нацело делятся на 3 только числа 6, 9, 12, 15, 18 и 21. Методом перебора находим, что только число 18 удовлетворяет условию задачи: $18 + 18 : 3 = 24$. Сле-

довательно, до искомого момента прошло 18 часов.

Решение 7. Пусть отрезок AB (рис. 2) изображает количество часов в сутках. Разобьем его на 8 равных частей, каждая из которых изображает 3 часа. Перебором на отрезке AB найдем точку C такую, что $AC = 3 \cdot CB$. Поскольку оставшаяся часть суток втрое меньше прошедшей части, то отрезок AC будет представлять прошедшую часть суток, т.е. до момента задания вопроса прошло $3 \cdot 6 = 18$ часов.

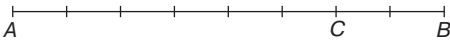


Рис. 2

Решение 8. Представим число 24 в виде суммы двух натуральных чисел, кратных 3. Получим следующие представления: $3 + 21$, $6 + 18$, $9 + 15$, $12 + 12$. Условию задачи удовлетворяет только пара чисел 6 и 18, следовательно, до задания вопроса прошло 18 часов.

Решение 9. Пусть отрезок AB (рис. 3) изображает количество часов в сутках. Разобьем его точкой C на две равные части, тогда отрезок $AC = CB$ изображает 12 часов. Разобьем точкой D отрезок CB на две равные части, тогда отрезок $CD = DB$ изображает 6 часов, а отрезок AD – 18 часов. Поскольку оставшаяся часть суток втрое меньше прошедшей части, то отрезок AD будет изображать прошедшую часть суток; иными словами, до момента задания вопроса прошло 18 часов.

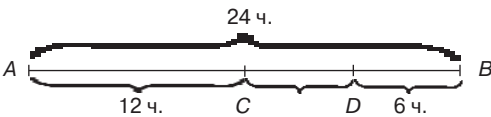


Рис. 3

Как нам представляется, в методическом отношении видоизменение одной задачи гораздо полезнее, чем подбор разнородных заданий. Множественность способов варьирования условия, вопросов, путей решения развивает основательность мышления, приучает школьников к поиску многосторонних связей в рассматриваемых ситуациях.

Видоизмененные задачи позволяют более экономно использовать время урока, отведенное для решения задач, так как содержание одной задачи дети усваивают гораздо быстрее, чем содержание нескольких различных задач.

Таким образом, предложенный нами метод создает реальную возможность осуществить на уроке «скрытую» дифференциацию, не разделяя класс на группы.

Литература

1. *Барина, О.В.* Уровневая дифференциация в обучении младших школьников решению текстовых математических задач : Дис. ... канд. пед. наук. / О.В. Барина. – Саранск, 1999. – 187 с.
2. *Дорофеев, Г.В.* О составлении циклов взаимосвязанных задач / Г.В. Дорофеев // Математика в школе. – 1983. – № 6. – С. 34–35.
3. *Иванова, Т.А.* Варьирование математических задач как средство развития интеллектуальных способностей учащихся / Т.А. Иванова // Развитие учащихся в процессе обучения математике : межвузовский сб. науч. тр. – Н. Новгород : НГПИ им. М. Горького, 1992. – С. 6–22.
4. *Канин, Е.С.* Развитие темы задачи // Математика в школе. – 1991. – № 3. – С. 8–12.
5. Хрестоматия по методике преподавания математики : Обучение через задачи : пос. для студ., аспирант. и препод. математики, спец. пед. вузов, учителей математики общеобраз. школ / сост. М.И. Зайкин, С.В. Арюткина. – Арзамас : АГПИ, 2005. – 320 с.

Наталья Анатольевна Шкильменская – канд. пед. наук, заведующая кафедрой педагогики и методики преподавания математики Коряжемского филиала Поморского государственного университета им. М.В. Ломоносова, г. Коряжма, Архангельская обл.